

Leçon 108 : Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

1 Généralités (Rombaldi)

1.1 Définitions

- Définition + Définition explicite
- Définition type fini
- Groupe dérivé + plus petit sous-groupe distingué tq..

1.2 Groupes monogènes, groupes cycliques

- Définitions
- Caractérisations des cycliques + des générateurs
- Sous-groupe d'un cyclique + Exemples
- Théorèmes de Lagrange/Cauchy
- Dév 1 : Condition de cyclicité pour $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$

1.3 Groupes abéliens de types finis

- Théorèmes de structure + Exemples
- Théorème chinois (on a tous les groupes abéliens avec ça)

2 Groupe symétrique (Rombaldi)

- Définition
- Décomposition en cycles à supports disjoints
- Les différents systèmes de générateurs (Application : isométries du cubes)
- Définition de la signature + \mathcal{A}_n
- Générateurs de \mathcal{A}_n
- Dév 2 : Simplicité des \mathcal{A}_n
- Sous-groupes distingués de \mathcal{S}_n

3 Le groupe linéaire (Rombaldi, Perrin)

- Définition dilatation et transvection
- Une ou deux caractérisations de ces éléments
- Générateurs de $GL(E)$ et $SL(E)$
- Décomposition de Bruhat
- Orbites par conjugaison de ces systèmes de générateurs
- Calcul des sous-groupes dérivés
- Application pour les composantes connexes de $GL_n(\mathbb{R})$ et $GL_n(\mathbb{C})$